Hall-Effekt von Germanium

Fortgeschrittenen Praktikum II

Zusammenfassung

Äußere Felder (elektrische Felder, Magnetfelder oder Temperaturgradienten-Felder) beeinflussen das elektronische System eines Festkörpers so, dass eine Reihe verschiedener Transportphänomene auftreten. Im vorliegenden Versuch sollen die elektrischen Eigenschaften eines p- und n-dotierten Halbleiters in einem äußeren Magnetfeld untersucht werden. Es werden dabei Messungen im Temperaturbereich zwischen 290 K und 460 K durchgeführt und daraus Aussagen zur Hall-Konstante, Leitfähigkeit, Ladungsträgerdichte, Beweglichkeit sowie Bandlücke und Magnetowiderstand gewonnen. Die Interpretation des Experiments erfolgt weitgehend im Rahmen des Drude-Modells.

Inhaltsverzeichnis

1 Theoretische Grundlagen

Fließt durch ein Metall oder Halbleiter ein Strom mit der Stromdichte j_x, während gleichzeitig ein Magnetfeld B_z anliegt, bildet sich senkrecht zu beiden ein elektrisches Feld E_y aus. Dabei wird der Quotient als Hall-Konstante

$$R_H := \frac{E_y}{j_x \cdot B_z} \tag{1}$$

definiert. Eine mikroskopische Beschreibung des Hall-Effektes durch das Drude-Modell (freies Elektronengas, mittlere Driftgeschwindigkeit, Relaxationszeit-Näherung) liefert das erstaunliche Ergebnis, dass die Hall-Konstante nicht von experimentellen Parametern, sondern nur von der Ladungsträgerdichte n abhängt

$$R_H = \frac{1}{n \cdot e}, \tag{2}$$

wobei e die negative Elementarladung ist. Die Einbeziehung der Quantenmechanik führt über die Bloch-Theorie zum sogenannten semiklassischen Modell, welches die Bandstruktur des Festkörpers in Form einer effektiven Masse m^* der Ladungsträger berücksichtigt.

Möchte man die Stromdichte, die sich bei einem äußeren elektrischen Feld E einstellt, auf die einzelnen Ladungsträger zurückführen, so gelangt man zu der Definition der Beweglichkeit μ gemäß

$$\vec{j} = \mu \cdot n \cdot e \cdot \vec{E}. \tag{3}$$

Unter Verwendung der elektrischen Leitfähigkeit σ, definiert über $\vec{j} = \sigma\vec{E}$, erhält man eine dem Experiment direkt zugängliche Bestimmungsgleichung für die Beweglichkeit

$$\mu = \frac{\sigma}{n \cdot e} = \sigma \cdot R_H. \tag{4}$$

Beruht die elektrische Leitung auf mehreren unterschiedlichen Arten von Ladungsträgern, so erhält man für die Hall-Konstante kompliziertere Ausdrücke, wie z.B. für Halbleiter mit zwei relevanten Bändern (Elektronen n_e, μ_e und Löcher n_p, μ_p)

$$R_H = \frac{n_e \cdot \mu_e^2 - n_p \cdot \mu_p^2}{e(n_e \cdot \mu_e + n_p \cdot \mu_p)^2}. \tag{5}$$

Bei Eigenhalbleitern ist die Beweglichkeit der Elektronen gewöhnlich sehr viel größer als die der Löcher, so dass sich Gl. 5 zu Gl. 2 mit $n = n_e$ vereinfacht. Jetzt ist aber die Ladungsträgerdichte $n(T)$ von der Temperatur abhängig. Unter der Annahme eines nicht-entarteten Halbleiters (d.h. mit einer Bandlücke $\Delta E \gg k_B T$) lässt sich die im Metall für die Beschreibung der Elektronen erforderliche Fermi-Verteilung durch die einfachere Boltzmann-Verteilung ersetzen und man erhält

$$n(T) \propto T^{3/2} e^{-\Delta E/2k_B T}. \tag{6}$$

Eine Messung von n als Funktion der Temperatur erlaubt also die Bestimmung der Bandlücke. Die in Gl. 6 angegebene Temperaturabhängigkeit trifft solange zu, bis die Störstellenleitung im Kristall nicht mehr gegenüber der Eigenleitung vernachlässigt werden kann.

Das äußere Magnetfeld hat ebenfalls einen Einfluss auf die Spannung U_x. Da sich die in der Probe auftretenden Kräfte nur für Ladungsträger mit der mittleren Driftgeschwindigkeit v_D exakt kompensieren, kommt es durch die endliche Geschwindigkeitsverteilung zu Ablenkungen der einzelnen Ladungsträger, was zu einer Änderung des Widerstands ρ_x im Magnetfeld B_z führt. Entsprechend bedingt ein Mehrbandsystem durch die bandabhängigen mittleren Driftgeschwindigkeiten (bzw. Beweglichkeiten) ebenfalls eine Widerstandsänderung. Die Relaxationszeitnäherung liefert für kleine Magnetfelder die Beziehung

$$\frac{\rho(B) - \rho(0)}{\rho(0)} = \alpha B^2. \tag{7}$$

Für den linken Term von Gl. 7 findet man in der Literatur üblicherweise die Bezeichnung Magnetowiderstand.

Eine detaillierte Beschreibung des Hall-Effekts kann in folgenden Referenzen nachgelesen werden [1, 2, 3, 4, 5].

2 Experiment

2.1 Material

Zur Verfügung stehen: Platinen mit Materialproben (n-Ge, p-Ge), Elektromagnet aus zwei Spulen und einem U-förmigen Eisenkern mit Polschuhen, Spannungsquelle und Hall-Effekt-Modul von Phywe, sowie zwei Digitalmultimeter zur Messung von Strömen und Spannungen.

Probenmase	(10 x 20 x 1) mm^3
Spez. Widerstand	
n-Germanium	(2 - 2.5) Ωcm
p-Germanium	(2.5 - 3) Ωcm
Thermofühler	Pt-100
Heizmäander	ca. 3 Ω

2.2 Versuchsdurchführung

Bitte die Platinen sorgfältig behandeln. Ge-Kristalle sind spröde und bruchempfindlich, und Brüche der Kristalle durch Verbiegen machen die Platinen unbrauchbar.

Die folgenden Aufgaben sollten jeweils mit den p- und n-dotierten Trägerplatinen durchgeführt werden.

1. Messung der Hall-Spannung als Funktion des Erregerstroms bei Zimmertemperatur und bei konstantem Magnetfeld. Dazu wird das Magnetfeld auf einen Wert von 250 mT ($\approx$ 1 A / 6 V) eingestellt. Ein Multimeter wird an die Anschlussbuchsen für die Hallspannung im oberen Bereich des Moduls angeschlossen. Während der Messung sollte das Display des

Hallmoduls auf Strommessung eingestellt sein. Bestimmung der Messwerte in einem Bereich von $-30... + 30$ mA.

2. Messung der Hall- und der Proben-Spannung in Abhängigkeit des Magnetfelds bei Zimmertemperatur und konstantem Erregerstrom. Einstellung eines Erregerstroms von etwa 30 mA. Nun wird ein Multimeter mit den Anschlussbuchsen für die Hall- und die Proben-Spannung verbunden. Darstellen der Messwerte in einem Bereich von $-500...500$ mT (≈ 2 A / ± 12 V).

3. Die Proben-Spannung wird als Funktion der Temperatur bei konstantem Strom gemessen um danach die Bandlücke von Germanium zu bestimmen. Dazu muss das Modul mit der Trägerplatine von den Spulen mit Eisenkern getrennt werden. Nun wird das Display auf Temperaturmessung geschaltet und der Strom auf 30 mA gestellt. Bevor der Knopf auf der Hinterseite des Moduls gedrückt wird, sollte man darauf achten, dass keine Kabel die Trägerplatine berühren, da sie sehr heiss wird! Nach dem Drücken des Knopfs erwärmt sich die Platine ziemlich rasch bis auf 170°C. Die Messwerte sollten während des folgenden Abkühlens ermittelt werden.

2.3 Aufgaben

1. Bestimmen Sie aus den Messungen 1 und 2 den Wert der Hall-Konstanten, die Ladungsträger-Beweglichkeit und die Ladungsträger-Dichte bei Raumtemperatur und vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Werten der Literatur [6]. Welchen Einfluss hat die Restmagnetisierung auf die Genauigkeit der Ergebnisse? Ist es wichtig, dass die Hall-Spannung exakt senkrecht zum Erregerstrom gemessen wird?

2. Bestimmen Sie aus der Messkurve 3 mit Hilfe von Gl. 2 und 6 die Bandlücke ΔE. Die hierzu erforderliche Auftragung $log[n \times T^{-3/2}]$ gegen $1/T$ wird als Arrhenius-Plot bezeichnet. Warum kann man im nicht-entarteten Halbleiter die Fermi-Verteilung durch die Boltzmann-Verteilung ersetzen? Wie kommt man zu Gl. 6?

3. Tragen Sie die mit Gl. 4 berechnete Beweglichkeit $\mu(T)$ doppellogarithmisch gegen die Temperatur auf. Welche Temperaturabhängigkeit ergibt sich? Was erwartet man für unterschiedliche dominante Streumechanismen (Störstellen, Phononen)? Vergleichen Sie die Ergebnisse (Temperaturabhängigkeit und Absolutwert) mit Angaben aus der Literatur [6, 7].

4. Tragen Sie den Magnetowiderstand aus Messung 2 gegen B auf. Bestimmen Sie α aus Gl. 7 und diskutieren Sie die gewonnenen Werte der unterschiedlich dotierten Proben unter Verwendung der gemessenen Elektronenbeweglichkeiten. Für welche Systeme erwartet man eine Sättigung des Magnetowiderstand für große Magnetfelder?

Assistent: Sebastian Scherb, Raum 3.02, `sebastian.scherb@unibas.ch`

Literatur

[1] L. Bergmann, C. Schäfer, Lehrbuch der Experimentalphysik 6, Festkörper, Verlag de Gruyter, 2005; ISBN: 3-11-017485-5.

[2] Ch. Kittel: Einführung in die Festkörperphysik. R. Oldenbourg Verlag München, 2005; ISBN: 3-486-57723-9.

[3] D. Meschede, Gerthsen Physik, Springer Verlag, 2004; ISBN: 3-540-02622-3.

[4] Neil W. Ashcroft, N. D. Mermin: Festkörperphysik 2. Auflage. R. Oldenbourg Verlag München, 2005; ISBN: 3-486-57720-4.

[5] H. Ibach, H. Lüth: Festkörperphysik 6. Auflage. Springer Verlag, Berlin 2002; ISBN: 3-540-42738-4.

[6] Eigenschaften von Germanium: Landolt-Börnstein, Band III/17a, Semiconductors: Physics of Group IV Elements and III-V Compounds; Band III/22a, Semiconductors: Intrinsic Properties of Group IV Elements and III-V Compounds.

[7] `http://www.ioffe.rssi.ru/SVA/NSM/Semicond/`; 20.Feb. 2006.