
Vierpol

Fortgeschrittenen Praktikum I

20. Juni 2009

Zusammenfassung

Im vorliegenden Versuch wird das charakteristische Frequenzverhalten eines RC-Tiefpasses, eines RL-Hochpasses und eines RLC-Bandpasses gemessen und mit den theoretisch berechneten Werten verglichen.

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie	1
1.1 Vierpol	1
1.2 Komplexe Darstellung	2
1.3 Eigenschaften eines Vierpols	3
2 Experiment	5
2.1 Material	5
2.2 Aufgaben	5

1 Theorie

1.1 Vierpol

Ein Vierpol ist eine elektronische Konstruktion mit zwei Eingangs- und zwei Ausgangsklemmen. An den Eingang wird eine zeitabhängige Spannung $U_E(t)$ angelegt, die durch den Vierpol in eine Ausgangsspannung $U_A(t)$ mit charakteristischen Eigenschaften umgewandelt wird.



Abbildung 1: Schema des Vierpols

Grundsätzlich unterscheidet man zwei verschiedene Typen von Vierpole:

aktive Vierpole: Verstärker

passive Vierpole: Transformatoren, Filter, Leitungen

Aktive Vierpole enthalten Strom- oder Spannungsquellen, während passive keine Quellen aufweisen.

1.2 Komplexe Darstellung

Es ist zweckmässig, bei Berechnungen mit Wechselstrom jeweils mit komplexen Beziehungen zu rechnen.

$$U(t) = \hat{U} \cdot \cos \omega t + \hat{U} \cdot i \cdot \sin \omega t = \hat{U} \exp(i\omega t) \quad (1)$$

$$I(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega t - \phi) + \hat{I} \cdot i \cdot \sin(\omega t - \phi) = \hat{I} \exp(i(\omega t - \phi)) \quad (2)$$

Zum Berechnen der Eigenschaften eines Vierpols werden also komplexe Werte verwendet, das physikalisch relevant ist jedoch nur der reelle Anteil des Resultates. Die komplexen Grössen können in der Ebene durch Zeiger dargestellt werden. Aufgrund der Zeitabhängigkeit bewegen sich die Spitzen der Zeiger mit der Zeit auf einer Kreislinie.

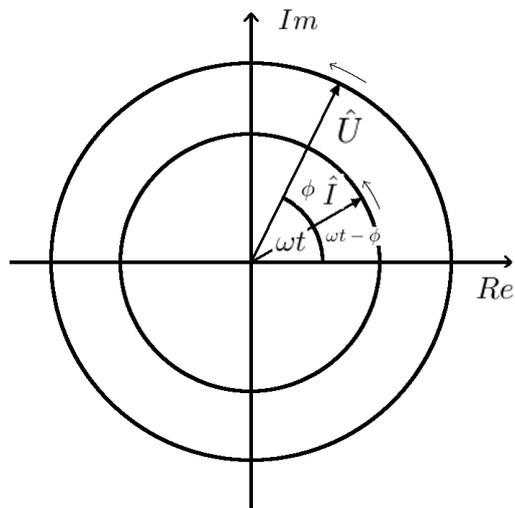


Abbildung 2: Beispiel eines Zeigerdiagrammes

Mit Hilfe des Zeigerdiagrammes lassen sich viele Informationen über ein vorliegendes Wechselstromproblem anschaulich darstellen.

1.3 Eigenschaften eines Vierpols

Eine bedeutsame Grösse zur Beschreibung eines Vierpols ist die Phasenverschiebung ϕ . Dividiert man Gleichung (1) durch (2) so erhält man eine zeitunabhängige Eigenschaft:

$$Z = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} \exp(i\phi) \quad (3)$$

Dabei ist Z die sogenannte Impedanz eines Bauelements. Diese kann wiederum als Zeiger in der komplexen Ebene dargestellt werden (vgl. Abbildung 2)

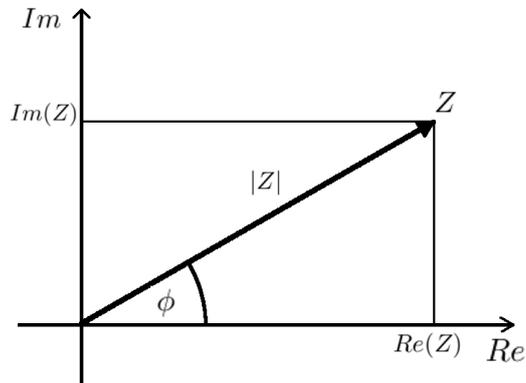


Abbildung 3: Zeiger der Impedanz

Nach der obigen Abbildung lässt sich die Phasenverschiebung durch die folgende Beziehung ermitteln:

$$\tan \phi = \frac{\operatorname{Re}(Z)}{\operatorname{Im}(Z)} \quad (4)$$

Eine weitere wichtige Beziehung zur Beschreibung eines Vierpols ist das Verhältnis von Eingangsspannung zur Ausgangsspannung. Das reelle Verhältnis entspricht dem sogenannten Amplitudengang:

$$H(\omega) = \left| \frac{U_A}{U_E} \right| \quad (5)$$

Zur Charakterisierung eines Vierpols wird zusätzlich die Grenzfrequenz f_0 benötigt. Dazu muss der sogenannte totale Scheinwiderstand $|Z|$ berechnet werden.

Serienschaltung:

$$Z = \sum_{i=1}^n Z_i \quad (6)$$

Parallelschaltung:

$$\frac{1}{Z} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i} \quad (7)$$

Wobei folgendes zu beachten ist:

$$Z_L = i \cdot \omega \cdot L \quad Z_C = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C} \quad Z_R = R \quad (8)$$

Der Scheinwiderstand $|Z|$ hat ein Minimum, wenn ω den Wert ω_0 annimmt. Daraus lässt sich nun die Grenzfrequenz der Schaltung ermitteln:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\omega_0} \quad (9)$$

Schliesslich wird hier noch der Begriff des Pegelmasses X eines Vierpols eingeführt. Die Dämpfung wird als logarithmisches Verhältnis von Eingangszur Ausgangsleistung eines beliebigen Vierpols in der Einheit Dezibel (dB) angegeben und kann wie folgt berechnet werden:

$$X = 20 \cdot \log \frac{U_A}{U_E} = 10 \cdot \log \frac{P_A}{P_E} \quad (10)$$

Ein negativ resultierendes Pegelmasse weist auf eine Dämpfung der Leistung hin, da $P \propto U^2$. Demnach entsprechen -10dB einer Dämpfung der Leistung auf den Faktor $1/10$ und -20dB einer Dämpfung der Leistung auf den Faktor $1/100$.

2 Experiment

2.1 Material

2.2 Aufgaben

1. Miss mit Hilfe des Oszilloskops den Amplitudengang $H(\omega)$, die Phasenverschiebung ϕ , die Grenzfrequenz f_0 und das Pegelmasse X
2. Plote den Amplitudengang $H(\omega)$ und das Pegelmasse X in Funktion der Frequenz ω . Wo liegt der Wert für die Grenzfrequenz?
3. Skizziere die vorliegenden Vierpole und berechne dessen theoretische Werte für den Amplitudengang $H(\omega)$, die Phasenverschiebung ϕ , die Grenzfrequenz f_0 und das Pegelmasse P .
4. Vergleiche die theoretischen Resultate mit den gemessenen Werten. Welche Unterschiede ergeben sich?
5. Interpretiere aus den Ergebnissen aus den obigen Aufgaben das Verhalten der drei vorliegenden Vierpole